

Příklady na obvody střídavého proudu

A1. Určete indukčnici cívky o indukčnosti 500 mH v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz.

Řešení:

$$L = 500 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$X_L = ?$$

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 157 \text{ } \Omega$$

Cívka má indukčnici o velikosti 157 Ω .

A2. Jakou kapacitu musí mít kondenzátor, aby při jeho sériovém zapojení s cívkou v obvodu z předcházející úlohy nastala rezonance?

Řešení:

$$L = 500 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$I = I_{max}$$

$$C = ?$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$X = \overbrace{X_L - X_C}$$

... reaktance

$$X = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

Vlivy indukčnosti a kapacity na napětí v obvodu se vyruší, obvod má vlastnosti rezistence \Rightarrow frekvence střídavého proudu se shoduje s frekvencí vlastního kmitání obvodu.

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{L \cdot 4\pi^2 f^2} = 20,3 \cdot 10^{-6} \text{ F} = \underline{\underline{20,3 \mu\text{F}}}$$

Kondenzátor musí mít kapacitu 20,3 μF .

FYZIKA – 2. ROČNÍK

A3. Nakreslete fázorový diagram obvodu RLC v sérii, jestliže $X_L = 0,5 X_C = R = 1 \Omega$ a obvodem prochází proud 1 A. Určete impedanci a fázové posunutí napětí a proudu v obvodu.

Řešení:

$$X_L = 0,5 X_C = R = 1 \Omega$$

$$I = 1 \text{ A}$$

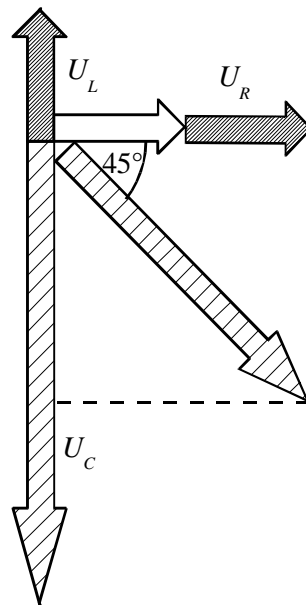
$$Z = ?, \varphi = ?$$

$$U_L = X_L \cdot I = 1 \text{ V}$$

$$U_C = X_C \cdot I = 2 \text{ V}$$

$$U_R = R \cdot I = 1 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{U_m}{I_m} = \frac{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}}{I_m} = \\ &= \frac{I_m \cdot \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \\ &= \sqrt{1+1} \Omega = \sqrt{2} \Omega \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{X_L - X_C}{R} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad} \end{aligned}$$



Impedance obvodu je $1,4 \Omega$ a fázový posun napětí a proudu v obvodu je $-\frac{\pi}{4} \text{ rad}$.

B1. Určete kapacitanci kondenzátoru o kapacitě $20 \mu\text{F}$ v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz .

Řešení:

$$C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$X_C = ?$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = 159 \Omega$$

Kapacitance kondenzátoru je 159Ω .

B2. Jakou indukčnost musí mít cívka, aby při jejím sériovém zapojení s kondenzátorem v obvodu z předcházející úlohy nastala rezonance?

Řešení:

$$C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} I &= I_{max} \\ L &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega C} &= \omega L \\ L &= \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 \cdot C} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2 \cdot 50^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \text{ H} = 0,5 \text{ H} \end{aligned}$$

Cívka musí mít indukčnost 0,5 H.

B3. Nakreslete fázorový diagram obvodu RLC v sérii, jestliže $X_C = 0,5 X_L = R = 1 \Omega$ a obvodem prochází proud 1 A. Určete impedanci a fázové posunutí napětí a proudu obvodu.

Řešení:

$$X_C = 0,5 X_L = R = 1 \Omega$$

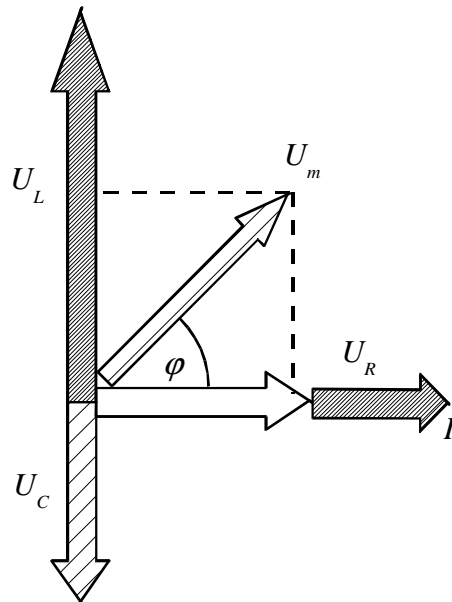
$$I = 1 \text{ A}$$

$$Z = ?, \varphi = ?$$

$$X_C = 1 \Omega, X_L = 2 \Omega, R = 1 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \underline{\underline{\sqrt{2} \Omega}}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$



Impedance obvodu je $1,4 \Omega$ a fázový posun mezi napětím a proudem v obvodu je $\frac{\pi}{4}$ rad .

4. Cívkou v obvodu stejnosměrného proudu prochází při napětí 4 V proud 0,5 A. V obvodu střídavého proudu o amplitudě napětí 9 V jí prochází proud o amplitudě 180 mA. Frekvence střídavého napětí je 50 Hz. Určete indukčnost cívky.

$$U = 4 \text{ V}, I = 0,5 \text{ A}$$

$$U_m = 9 \text{ V}, I_m = 0,180 \text{ A}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$L = ?$$

$$Z^2 = X_L^2 + R^2 \Rightarrow X_L^2 = Z^2 - R^2$$

$$\frac{U}{I} = R = 8 \Omega$$

$$\frac{U_m}{I_m} = 50 \Omega = Z$$

$$X_L = 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - R^2} \Rightarrow L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi f} = 0,16 \text{ H}$$

Indukčnost cívky je 0,16 H.

5. Cívka má odpor 15 Ω a indukčnost 63 mH. Určete impedanci cívky v obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz.

Řešení:

$$R = 15 \Omega$$

$$L = 63 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$Z = ? \text{ - } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$X_L = \omega L$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}$$

$$\underline{\underline{Z = 24,8 \Omega}}$$

Impedance cívky je 24,8 Ω .

6. Tlumivka o indukčnosti 2 H a odporu vinutí 20 Ω je připojena nejprve ke zdroji stejnosměrného napětí 20 V a potom ke zdroji střídavého napětí o stejné hodnotě a frekvenci 50 Hz. Určete proud v obvodu v obou případech.

Řešení:

$$L = 2 \text{ H}$$

$$R = 20 \Omega$$

$$U = 20 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$I = ? \text{ - } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{jednou } U = 20 \text{ V} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = 1 \text{ A}$$

$$\text{podruhé } U = 20 \text{ V} \sim f = 50 \text{ Hz}$$

$$I = \frac{U}{2\pi fL} = 0,0318 \text{ A}$$

V případě připojení tlumivky ke zdroji stejnosměrného napětí protéká obvodem proud 1 A, v případě zapojení tlumivky do obvodu střídavého proudu protéká obvodem proud 32 mA.

7. Kondenzátor je zařazen do obvodu střídavého proudu o efektivním napětí 220 V

FYZIKA – 2. ROČNÍK

a frekvenci 50 Hz. Obvodem prochází proud 2,5 A. Určete kapacitu kondenzátoru.

Řešení:

$$U = 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$I = 2,5 \text{ A}$$

$$C = ?$$

$$X_C = \frac{U}{I}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow C = \frac{I}{2\pi f \cdot U} = 0,000036 \text{ F}$$

Kapacita kondenzátoru je $3,6 \cdot 10^{-5} \text{ F}$.

8. Kondenzátor o kapacitě $2 \mu\text{F}$ je sériově spojen s cívkou o indukčnosti 40 mH (odpor cívky neuvažujeme). Obvod je připojen ke zdroji střídavého napětí měnitelné frekvence. Určete, v jakém poměru jsou napětí na obou prvcích při frekvencích 200 Hz a 800 Hz. Ve kterém případě má obvod vlastnosti indukance a ve kterém případě má obvod vlastnosti kapacitance?

Řešení:

$$C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$L = 40 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$f = 200, 800 \text{ Hz}$$

$$\underline{U_C / U_L = ?}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{pro } 200 \text{ Hz} \quad \dots \quad X_C = 396 \Omega$$

$$X_L = \omega L \quad X_L = 50 \Omega$$

$$\frac{U_C}{U_L} = \frac{X_C}{X_L} = 8$$

$U_C > U_L \Rightarrow \varphi < 0 \Rightarrow$ obvod má vlastnost kapacitance

$$\text{pro } 800 \text{ Hz} \quad X_C = 99,5 \Omega,$$

$$X_L = 200 \Omega$$

$$\frac{U_C}{U_L} = \frac{1}{2}$$

$U_C < U_L \Rightarrow \varphi > 0 \Rightarrow$ obvod má vlastnost indukance

9. Do obvodu střídavého proudu o efektivním napětí 200 V a frekvenci 50 Hz je připojen obvod tvořený sériovým spojením kondenzátoru o kapacitě $16 \mu\text{F}$ a rezistoru

FYZIKA – 2. ROČNÍK

o odporu 150Ω . Určete impedanci obvodu, proud v obvodu a napětí na kondenzátoru a rezistoru.

Řešení:

$$U = 200 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$C = 16 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$R = 150 \Omega$$

$$Z = ?, I = ?, U_C = ?, U_R = ?$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi f C}\right)^2} = 249 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = 0,8 \text{ A}$$

$$U_C = I \cdot \left(\frac{1}{2\pi f C}\right) = 160 \text{ V} \quad U_R = I \cdot R = 120 \text{ V}$$

Impedance obvodu je 249Ω , proud v obvodu je $0,8 \text{ A}$, napětí na kondenzátoru je 160 V a na rezistoru 120 V .

10. Pomocí fázorového diagramu odvoďte vztah pro impedanci obvodu RC s prvky spojenými paralelně. Určete impedanci obvodu RC s prvky spojenými paralelně, jestliže kondenzátor má kapacitu $1 \mu\text{F}$ a rezistor má odpor $3 \text{ k}\Omega$. Frekvence střídavého proudu je 50 Hz . Poznámka: Při sestavování fázorového diagramu vycházejte z poznatku, že na obou prvcích je stejné napětí, ale proudy jsou fázově posunuté.

Řešení:

$$C = 10^{-6} \text{ F}$$

$$R = 3\,000 \Omega$$

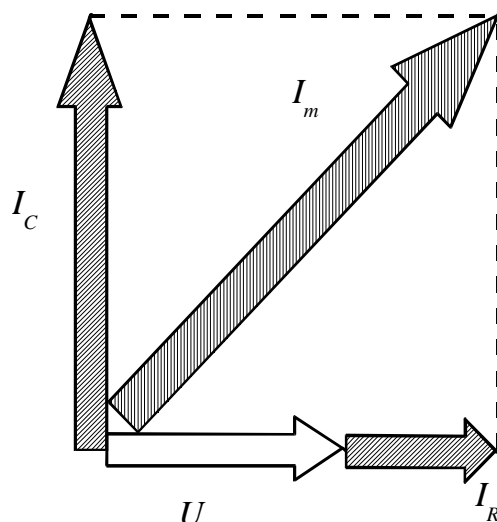
$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$Z = ?$$

$$I_m = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} = \sqrt{\frac{U_m^2}{X_C^2} + \frac{U_m^2}{R^2}} = U_m \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}$$

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{U_m \left(\omega^2 C^2 + \frac{1}{R^2}\right)} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2 + \frac{1}{R^2}} = 2183 \Omega$$

Impedance obvodu je 2183Ω .



11. Oscilační obvod je tvořen cívku o indukčnosti $0,1 \text{ mH}$ a kondenzátorem s měnitelnou kapacitou od 100 pF do 500 pF . Určete rozsah vlastních frekvencí oscilátoru.

Řešení:

$$L = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$C = 100 \cdot 10^{-12} \text{ F} - 500 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$f = ?$$

$$\omega^2 = 4\pi^2 f^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC_1}} = 1591 \text{ kHz}$$

$$\Rightarrow f_2 = 711 \text{ kHz}$$

Rozsah vlastních frekvencí oscilátoru je 1591 kHz až 711 kHz.

- 12.** Ke zdroji střídavého napětí o frekvenci 1 kHz je připojen kondenzátor kapacity 0,1 μF spojený sériově s cívkou o indukčnosti 0,5 H. Určete reaktanci obvodu. Při jaké frekvenci bude reaktance nulová?

Řešení:

$$f = 10^3 \text{ Hz}$$

$$C = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

$$X = ?$$

$$f = ?, X = 0$$

$$X = X_L - X_C = 2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C} = 1550 \Omega$$

$$X = 0 \Leftrightarrow X_L = X_C \Leftrightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow f = \underline{\underline{712 \text{ Hz}}}$$

Reaktance obvodu je 1550 Ω a nulová bude při frekvenci 712 Hz.

- 13.** Do obvodu střídavého proudu o frekvenci 400 Hz je zařazena cívka o indukčnosti 0,1 H. Jaká musí být kapacita kondenzátoru připojeného do obvodu, aby nastala rezonance?

Řešení:

$$L = 0,1 \text{ H}$$

$$f = 400 \text{ Hz}$$

$$I = I_{max}$$

$$C = ?$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{L \cdot 4\pi^2 \cdot f^2} = \underline{\underline{1,58 \mu\text{F}}}$$

Kapacita kondenzátoru musí být 1,58 μF .

- 14.** V obvodu střídavého proudu o frekvenci 50 Hz je sériově spojena žárovka, kondenzátor o kapacitě 20 μF a cívka, která má bez jádra indukčnost 0,1 H a se zasunutým jádrem 1 H. Jak se bude měnit svítivost vlákna žárovky? Při které indukčnosti bude svítivost největší?

Řešení:

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$C = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$L = 0,1 \text{ H} - 1 \text{ H}$$

$$\underline{L_{\max} = ?}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X)^2}$$

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

svítivost bude maximální $\Leftrightarrow X = 0 \ \Omega$

$$\Rightarrow L_{\max} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = 0,51 \text{ H}$$

Při zasouvání jádra do cívky se svítivost žárovky bude zvětšovat, a to do hodnoty indukčnosti cívky 0,51 H. Po překročení této hodnoty se bude svítivost žárovky zmenšovat. Má-li cívka indukčnost 0,51 H, je svítivost žárovky maximální.

- 15.** Obvod RLC v sérii je tvořen rezistorem o odporu 200 Ω , cívkou o indukčnosti 0,5 H a kondenzátorem o kapacitě 4 μF . Obvodem prochází střídavý proud 0,5 A o frekvenci 100 Hz. Určete celkové napětí na obvodu a fázový posun napětí a proudu v obvodu.

Řešení:

$$R = 200 \ \Omega$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

$$C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$I = 0,5 \text{ A}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$\underline{U = ?, \varphi = ?}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}_X^2} = 217 \Omega$$

$$U = Z \cdot I = 108 \text{ V}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{X}{R}, \quad \varphi = -22^\circ 43'$$

Celkové napětí na obvodu je 108 V, fázový posun napětí a proudu v obvodu je $-22^\circ 43'$.