

Písemky: Působení síly v magnetickém poli

A1. Dvěma přínými rovnoběžnými vodiči ve vakuu procházejí opačnými směry proudy I_1 a I_2 . Vzájemná vzdálenost vodičů je 2 mm. Síla působící na každých 20 cm délky každého vodiče má velikost $3,2 \cdot 10^{-4}$ N. Určete hodnoty proudů I_1 a I_2 víte-li, že I_2 je 4 krát větší než I_1 .

Řešení:

$$d = 0,002 \text{ m}$$

$$l = 0,2 \text{ m}, F = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$I_2 = 4 I_1$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$$

$$I_1 = ?, I_2 = ?$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot 4I_1}{d} \cdot l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{4I_1^2}{d} \cdot l$$

$$I_1^2 = \frac{2\pi \cdot F \cdot d}{4 \cdot \mu_0 \cdot l} \square 4 \text{ A}$$

$$I_1 = 2 \text{ A} \quad I_2 = 8 \text{ A}$$

Vodiči prochází proudy o velikosti 2 A a 8 A.

A2. Příný vodič o délce 0,2 m byl ve vodorovné poloze zavěšen svými konci na dvou stejných pružinách tak, že byl kolmý na vodorovné indukční čáry homogenního magnetického pole. Velikost vektoru magnetické indukce je 0,7 T, vodičem prochází proud 1,5 A. Jak se změní poloha vodiče po vypnutí proudu? Tuhost pružin je $k_1 = k_2 = k = 35 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Řešení:

$$l = 0,2 \text{ m}$$

$$B = 0,7 \text{ T}$$

$$I = 1,5 \text{ A}$$

$$k_1 = k_2 = k = 35 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\Delta x = ?$$

$$B \cdot I \cdot l = 2k \cdot x$$

$$x = \frac{B \cdot I \cdot l}{2k}$$

$$x = 3 \text{ mm}$$

Poloha vodiče se po vypnutí proudu změní o 3 mm.

B1. Přímý vodič, kterým protéká proud I , svírá s indukčními čarami homogenního magnetického pole úhel 51° . Jak se změní velikost magnetické síly působící na vodič, zvětší-li se úhel o 18° ?

Řešení:

$$\alpha = 51^\circ$$

$$\beta = 69^\circ$$

$$\frac{F_2}{F_1} = ?$$

$$F_1 = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$F_2 = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \beta$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin 69^\circ}{\sin 51^\circ} = 1,2$$

Velikost magnetické síly se zvětší 1,2 krát.

B2. Nad pevným přímým vodorovným vodičem je na dvou pružinách ve vzdálenosti 4 mm zavěšen druhý vodič délky 20 cm. V jaké vzájemné vzdálenosti se budou nacházet vodiče, prochází-li pevným vodičem proud 41 A a druhým vodičem proud 1 A stejným směrem? Tuhost pružin je $k_1 = k_2 = k = 0,4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Řešení:

$$d = 0,004 \text{ m}$$

$$I_1 = 41 \text{ A}$$

$$I_2 = 1 \text{ A}$$

$$l = 0,2 \text{ m}$$

$$k_1 = k_2 = k = 0,4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\underline{\Delta x = ?}$$

Proudy oběma vodiči tečou stejným směrem \Rightarrow vodiče se přitahují a jejich vzájemná vzdálenost se zmenší na $d - \Delta x$:

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{(d - \Delta x)} \cdot l = 2k \cdot \Delta x$$

$$\Delta x \cdot (d - \Delta x) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2k} \cdot l$$

$$(\Delta x)^2 - \frac{d \cdot \Delta x}{4 \cdot 10^{-3} \Delta x} + \underbrace{\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{2k}}_{2,05 \cdot 10^{-6}} \cdot l = 0$$

$$(\Delta x)_{1,2} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \pm \sqrt{16 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 2,05 \cdot 10^{-6}}}{2}$$

$$(\Delta x)_1 = 3,4 \text{ mm}, (\Delta x)_2 = 0,6 \text{ mm}$$

$$d = 4 \text{ mm}$$

$$d - (\Delta x)_1 = 0,6 \text{ mm}$$

$d - (\Delta x)_2 = 3,4 \text{ mm}$...V tomto případě systém vykoná menší množství práce.

Vodiče se budou nacházet ve vzájemné vzdálenosti 3,4 mm.

1. Délka půlvlnového dipólu je 0,3 m. Dipól vysílá elektromagnetické vlny ve vakuu o vlnové délce 0,6 m. Jaká bude délka dipólu ve vodě pro frekvenci o 100 MHz vyšší?

Řešení:

$$l = 0,3 \text{ m}, \lambda = 0,6 \text{ m}$$

$$f' = f + 100 \text{ MHz}$$

$$\epsilon_r = 81, \mu_r = 1$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l_v = ?$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = 500 \text{ MHz}$$

$$f' = 600 \text{ MHz}$$

$$\lambda' = \frac{c}{f'} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow l' = 0,25 \text{ m}$$

ve vodě

$$l_v = \frac{l'}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}} \approx 0,028 \text{ m} \approx 28 \text{ mm}$$

Délka půlvlnového dipólu ve vodě bude přibližně 28 mm.

2. Délka půlvlnového dipólu ve vodě je 39 mm. Jaká je frekvence elektromagnetického vlnění ve vakuu?

Řešení:

$$l = 0,039 \text{ m}$$

$$\epsilon_r = 81, \mu_r = 1$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = ?$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$$

$$l = \frac{\lambda'}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda' = 2l = 0,078 \text{ m}$$

$$\lambda = \lambda' \cdot \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r} = 0,702 \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,702} \text{ Hz} = \underline{\underline{427 \text{ MHz}}}$$

Frekvence elektromagnetického vlnění ve vakuu je 427 MHz.

Cvičení: Vlnové a kvantové vlastnosti záření a částí

1. Rentgenka pracuje s napětím $U = 20 \text{ kV}$, proudem $I = 10 \text{ mA}$ a účinností 0,2%.
Vypočítejte a) krátkovlnnou hranici spojitého spektra, b) výkon vyzářený ve formě rentgenového záření, c) teplo odevzdané antikatodě za jednu sekundu.

Řešení:

$$U = 20 \text{ kV}$$

$$I = 10 \text{ mA}$$

$$\mu = 0,2 \%$$

$$\underline{\lambda = ?, P = ?, Q = ?}$$

$$\text{b) } P = U \cdot I \cdot \mu = 20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,002 = 0,4 \text{ W}$$

$$\text{c) } Q = U \cdot I = 200 \text{ Js}^{-1} \text{ (vlastně příkon)}$$

a) energie elektronu: $e \cdot U$, ta se předá fotonu

\Rightarrow

$$e \cdot U = h \cdot f$$

$$e \cdot U = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \cdot 10^3} = \underline{\underline{6,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}}}$$

Krátkovlnná hranice spojitého spektra je $6,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, výkon záření je 0,4 W a odevzdané teplo

je 200 Js^{-1} .

2. Určete poměr energie fotonů rentgenového záření s vlnovou délkou 10^{-10} m a fialového světla s vlnovou délkou $0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Řešení:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 = 10^{-10} \text{ m} \\ \lambda_2 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{E_1}{E_2} = \frac{hf_1}{hf_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \\ = 4000 \end{array}$$

Poměr energie fotonů rentgenového záření je 4000.