

Elektromagnetické vlnění-příklady

1A. Anténní dipól pro příjem televizního vysílání má délku 0,75 m. Pro jakou frekvenci televizního vysílače je určen?

Řešení:

$$l = 0,75 \text{ m}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = ?$$

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 2l$$

$$f = \frac{c}{2l} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,75} \text{ Hz} = 2 \cdot 10^8 \text{ Hz} = \underline{\underline{200 \text{ MHz}}}$$

Anténní dipól je určen pro frekvenci vysílače 200 MHz.

1B. Televizní vysílač ve II. televizním pásmu pracuje s frekvencí 200 MHz. Určete délku dipólu pro příjem tohoto vysílání.

Řešení:

$$f = 200 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l = ?$$

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$l = \frac{c}{2f} = \underline{\underline{0,75 \text{ m}}}$$

Délka dipólu pro příjem vysílání je 0,75 m.

2A. Radiolokátor vyslal impuls elektromagnetického vlnění směrem k vodivé překážce a jeho přijímač zaregistroval odražený impuls za $60 \mu\text{s}$. Určete vzdálenost překážky od radiolokátoru.

Řešení:

$$t = 60 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l = ?$$

$$l = \frac{c \cdot t}{2} = \frac{60 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8}{2} \text{ m} = 9000 \text{ m} = \underline{\underline{9 \text{ km}}}$$

Vzdálenost překážky od radiolokátoru je 9 km.

2B. Vodivá překážka je ve vzdálenosti 12 km od radiolokátoru. Jaká doba uplyne mezi vysláním radiolokačního impulsu a jeho příjmem v radiolokátoru?

Řešení:

$$l = 12 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = ?$$

$$t = 2 \cdot \frac{l}{c} = 80 \mu\text{s}$$

Doba mezi vysláním a přijetím impulsu je 80 μs .

3. K oscilátoru, který kmitá harmonicky s amplitudou napětí U_m a periodou T , je připojeno dvojitě vedení na konci otevřené (vedení naprázdno $R \rightarrow \infty$). Podél vedení vzniká stojaté vlnění s amplitudou napětí na otevřeném konci. Určete amplitudu napětí na konci vedení a vzdálenost od konce, v které je amplituda napětí poprvé nulová.

Řešení:

Napětí odpovídající postupné elmg. vlně má rovnici

$$u_1 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right), \text{ kde } x \text{ je vzdálenost od konce vedení.}$$

Napětí odpovídající odražené vlně má rovnici

$$u_2 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Výsledné napětí ve vzdálenosti x je dáno součtem

$$u = u_1 + u_2 = U_m \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

$$\left(\sin x + \sin y = 2 \cos \frac{x-y}{2} \sin \frac{x+y}{2} \right)$$

$$u = \underbrace{2U_m \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}}_{U_0} \sin \omega t$$

U_0 – amplituda napětí ve stojaté vlně

$$x = 0 \Rightarrow U_0 = 2U_m$$

Vzdálenost od konce, kde bude amplituda napětí nulová:

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0$$

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}$$

Amplituda na konci vedení bude mít hodnotu $2U_m$, nulová amplituda bude poprvé ve vzdálenosti $\frac{\lambda}{4}$ od konce vedení.

4. K oscilátoru, který kmitá harmonicky s amplitudou napětí U_m a s periodou T , je připojeno dvojitě vedení spojené nakrátko (zakončené zkratem $R = 0 \Omega$). Podél vedení vzniká stojaté vlnění. Určete amplitudu vedení a vzdálenosti od konce vedení, kde je amplituda napětí nulová. Odražená vlna má opačnou fázi a je popsána rovnicí

$$u_2 = -U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Řešení:

Napětí odpovídající postupné elmg. vlně má rovnici

$$u_1 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Napětí odpovídající odražené elmg. vlně má rovnici

$$u_2 = -U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ kde } x \text{ je vzdálenost od konce vedení.}$$

Výsledné napětí ve vzdálenosti x je

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = U_m \left(\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) - \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right) = \\ &= U_m \cdot 2 \cos \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \end{aligned}$$

$$u = \underbrace{2U_m}_{U_0} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

U_0 – amplituda napětí ve stojaté vlně

Místa, kde bude amplituda napětí nulová:

$$\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = 0$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x = k \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, 1, \dots$$

FYZIKA – 2. ROČNÍK

Místa, kde bude amplituda napětí nulová, se nacházejí ve vzdálenostech $k \frac{\lambda}{2}$ od konce vedení, kde $k = 0, 1, \dots$

5. Určete polohy míst na vedení, kde amplituda napětí ve stojaté elektromagnetické vlně je stejná jak v případě vedení naprázdno, tak v případě nakrátko. Určete obecně velikost amplitudy napětí v těchto místech.

Řešení:

Rovnost amplitud napětí stojaté vlny v případě zapojení naprázdno a nakrátko:

$$2U_m \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 2U_m \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{x}{\lambda} = 1 \Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad x = \frac{\lambda}{8} + k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, \dots$$

$$\Rightarrow U_0 = U_m \sqrt{2}$$

Amplitudy napětí jsou stejné ve vzdálenostech $x = \frac{\lambda}{8} + k \frac{\lambda}{2}$ od konce vedení, kde $k = 0, 1, \dots$ a velikost amplitudy je v těchto místech $U_0 = U_m \sqrt{2}$.

6. Za dipólem přijímací antény je pohyblivě umístěna vodivá deska. Při vzdalování desky od dipólu zjistíme, že se přijatý signál periodicky zesiluje a zeslabuje. Vzdálenost dvou sousedních poloh desky, v nichž nastalo zesílení signálu, je 65 cm. Určete frekvenci, na které pracuje vysílač.

Řešení:

$$d = 0,65 \text{ m}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = ?$$

Mezi dipólem a deskou vzniká stojaté elmg. vlnění, a tedy vzdálenost dvou sousedních poloh desky odpovídá vzdálenosti dvou kmiten stojatého vlnění.

$$d = 0,65 \text{ m} \quad \dots \quad d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 1,3 \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,3} \text{ Hz} \doteq 2,3 \cdot 10^8 \text{ Hz} \doteq 230 \underline{\underline{\text{MHz}}}$$

Vysílač pracuje na frekvenci 230 MHz.

7. Z Maxwellovy teorie elektromagnetického pole vyplývá pro rychlost

elektromagnetického vlnění ve vakuu vztah $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, kde ϵ_0 je permitivita vakua,

μ_0 je permeabilita vakua. Proved'te výpočet velikosti rychlosti a výsledek srovnajte s hodnotou zjištěnou experimentálně. Dosazením jednotek ověřte rozměrovou správnost výrazu.

Řešení:

$$\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$(\epsilon_0 \mu_0)^{-\frac{1}{2}} = \text{F}^{-\frac{1}{2}} \text{H}^{-\frac{1}{2}} \text{m} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$U_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\text{H} = [L] = \frac{[U] \cdot [t]}{[I]} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$$

$$\text{F} = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$$

$$\text{F} \cdot \text{H} = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} \cdot \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \text{s}^2$$

$$(\text{F} \cdot \text{H})^{-\frac{1}{2}} = (\text{s}^2)^{-\frac{1}{2}} = \text{s}^{-1}$$

dosazení: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

8. Určete délku půlvlnného dipólu, jehož základní frekvence odpovídá vlastní frekvenci oscilačního obvodu s kondenzátorem kapacity 10 pF a s cívkou o indukčnosti 0,9 μH .

$$C = 10 \text{ pF} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$L = 0,9 \text{ } \mu\text{H} = 0,9 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l = ?$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 5,31 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 5,65 \text{ m}$$

$$l = \frac{\lambda}{2} = \underline{\underline{2,83 \text{ m}}}$$

Délka půlvlnného dipólu je 2,83 m.

FYZIKA – 2. ROČNÍK

9. Určete délku půlvlnného dipólu pro vysílání a příjem elektromagnetického vlnění o frekvenci 430 MHz ve vzduchu a ve vodě ($\epsilon_r = 81$, $\mu_r = 1$).

Řešení:

$$f = 430 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$\epsilon_r = 81, \mu_r = 1$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l = ?$$

ve vzduchu:

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,70 \text{ m}$$

$$l = \underline{\underline{0,35 \text{ m}}}$$

ve vodě:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad l_{\text{voda}} = \frac{l}{9} = 0,039 \text{ m} = \underline{\underline{39 \text{ mm}}}$$

Délka půlvlnného dipólu ve vzduchu je 0,35 m, ve vodě 0,039 m.

10. Elektromagnetické vlnění o vlnové délce 240 m proniká ze vzduchu do stejnorodého prostředí, v němž se šíří rychlostí $2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete vlnovou délku elektromagnetického vlnění v tomto prostředí.

Řešení:

$$\lambda_1 = 240 \text{ m}, v_1 = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda_2 = ?$$

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v_2}{v_1} \lambda_1 = \underline{\underline{160 \text{ m}}}$$

Vlnová délka elektromagnetického vlnění v prostředí je 160 m.

11. Radiolokátor vysílá za sekundu 4000 impulsů elektromagnetického vlnění o vlnové délce 15 cm. Doba trvání jednoho impulsu je $0,02 \mu\text{s}$. Určete, kolik kmitů obsahuje jeden impuls a do jaké největší vzdálenosti lze radiolokátorem určovat cíle.

Řešení:

$$n_I = 4000$$

$$\lambda = 0,15 \text{ m}$$

$$t = 0,02 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l_{\max} = ?, n = ?$$

$$T = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{4000} \text{ s}$$

$$T_1 = \frac{\lambda}{c} = \frac{0,15}{3 \cdot 10^8} \text{ s} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$n = \frac{t}{T_1} = \frac{0,02 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{5 \cdot 10^{-10} \text{ s}} = \underline{\underline{40}}$$

$$l_{\max} = \frac{cT}{2} = 37,5 \text{ km}$$

Jeden impuls obsahuje 40 kmitů a cíle lze určovat do vzdálenosti 37,5 km.

- 12.** Výkonné radiolokátory umožňují experimentálně zjišťovat vzdálenost kosmických objektů. Při radiolokaci Měsíce se impuls odražený od jeho povrchu vrátil za 2,563 s. Určete vzdálenost Měsíce.

Řešení:

$$t = 2,563 \text{ s}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$l = ?$$

$$l = \frac{c \cdot t}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2,563}{2} \text{ m} = \underline{\underline{3,845 \cdot 10^8 \text{ m}}}$$

Vzdálenost Měsíce je 384 500 km.