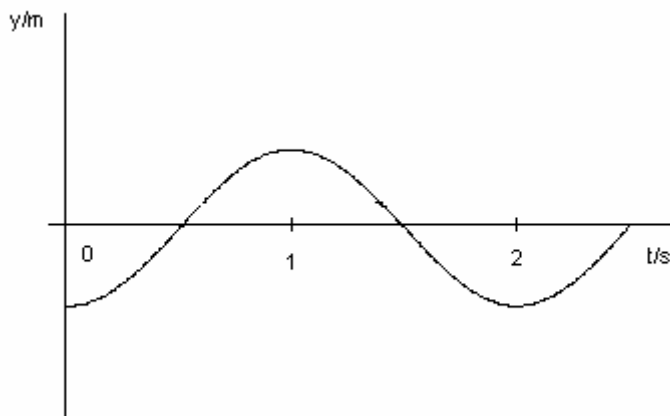


VLASTNÍ KMITÁNÍ OSCILÁTORU 2

Příklady:

- 1A.** Napište rovnici harmonického kmitání hmotného bodu, jehož časový diagram je na obrázku. Spočítejte, za jak dlouho od počátečního okamžiku dosáhne poprvé hmotný bod výchylky rovné jedné třetině amplitudy výchylky.



Řešení:

Z grafu na obrázku je vidět, že jedna perioda harmonického kmitání odpovídá době 2 s a že počáteční fáze je $-\frac{\pi}{2}$ rad.

Rovnice pro okamžitou výchylku harmonického kmitání pak bude:

$$\underline{\underline{y = y_M \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ m.}}}$$

Doba, za kterou hmotný bod poprvé dosáhne výchylky rovné jedné třetině amplitudy výchylky:

$$\frac{1}{3} y_M = y_M \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) = 19,47^\circ = 0,108\pi \text{ rad}$$

$$\underline{\underline{t = \frac{0,108\pi + \frac{\pi}{2}}{\pi} \text{ s} = 0,608 \text{ s}}}$$

Hmotný bod dosáhne výchylky rovné jedné třetině amplitudy výchylky poprvé za dobu 0,608 s od počátečního okamžiku.

VLASTNÍ KMITÁNÍ OSCILÁTORU 2

2A. Harmonické kmitání hmotného bodu je popsáno rovnicí $y = 5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm.

Určete amplitudu výchylky, periodu a počáteční fázi kmitání. Určete okamžitou výchylku hmotného bodu při $t_1 = 0$ s, $t_2 = 1,5$ s. Za jak dlouho od počátečního okamžiku dosáhne poprvé hmotný bod amplitudy výchylky?

Řešení:

$$y_M = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$y(t_1 = 0 \text{ s}) = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm} = 3,54 \text{ cm}$$

$$y(t_2 = 1,5 \text{ s}) = 5 \cdot \sin \pi \text{ cm} = 0 \text{ cm}$$

okamžik dosažení amplitudy výchylky:

$$5 = 5 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{2}} \text{ s} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

Amplituda výchylky hmotného bodu je 5 cm, perioda je 4 s, počáteční fáze je $\frac{\pi}{4}$ rad.

Okamžitá výchylka v čase $t_1 = 0$ s je 3,54 cm a v čase $t_2 = 1,5$ s je 0 cm. Hmotný bod poprvé dosáhne amplitudy výchylky za dobu 0,5 s od počátečního okamžiku.

VLASTNÍ KMITÁNÍ OSCILÁTORU 2

1B. Hmotný bod kmitá harmonicky s periodou 2 s a počáteční fází 60° . Nakreslete časový diagram kmitání a napište jeho rovnici. Za jak dlouho od počátečního okamžiku dosáhne poprvé hmotný bod výchylky odpovídající jedné pětině amplitudy výchylky?

$$T = 2 \text{ s}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$y(t) = ?$$

$$t(y = \frac{y_m}{5}) = ?$$

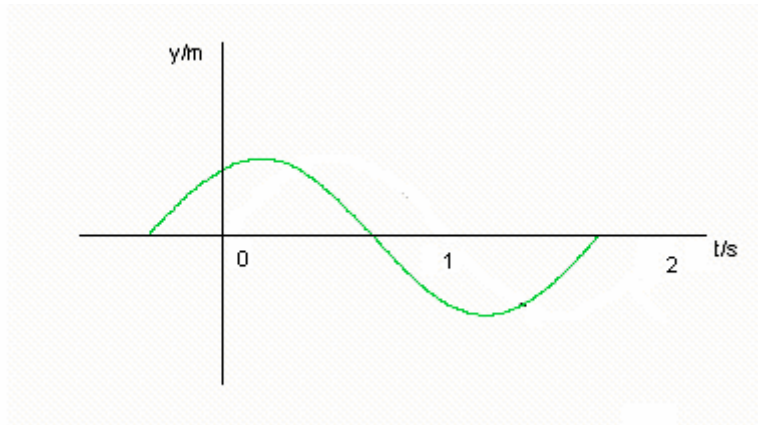
Řešení:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rovnice harmonického pohybu je

$$\underline{\underline{y(t) = y_M \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m.}}}$$

časový diagram harmonického kmitání:



VLASTNÍ KMITÁNÍ OSCILÁTORU 2

$$t (y = \frac{y_m}{5}) :$$

$$\frac{1}{5} y_M = y_M \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{5}$$

$$\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 11,54^\circ = 0,064\pi \text{ rad}$$

$$\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 168,46^\circ = 0,936\pi \text{ rad}$$

$$t_1 = \frac{0,064 - \frac{\pi}{3}}{\pi} = -0,269 \text{ s (nebereme v úvahu } t < 0)$$

$$t_2 = \frac{0,936\pi - \frac{\pi}{3}}{\pi} \text{ s} = 0,602 \text{ s}$$

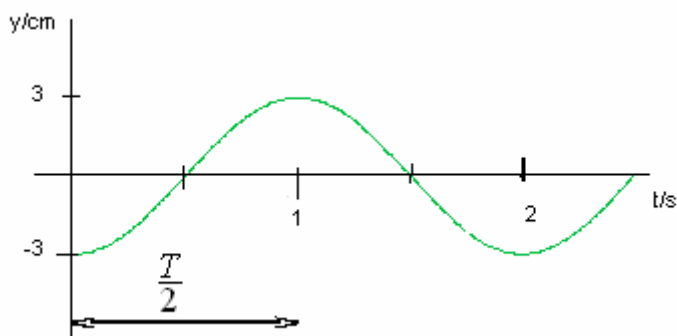
Hmotný bod dosáhne výchylky rovné jedné pětina amplitudy výchylky poprvé za dobu 0,602 s od počátečního okamžiku.

2B. Harmonické kmitání hmotného bodu je popsáno rovnicí $y = 3 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ cm.

Nakreslete jeho časový průběh. Určete amplitudu výchylky, periodu, počáteční fázi. Za jak dlouho od počátečního okamžiku poprvé hmotný bod dosáhne amplitudy výchylky? Jaká je okamžitá výchylka hmotného bodu v čase $t_1 = 0$ s a v čase $t_2 = 2$ s?

Řešení:

Časový průběh harmonického kmitání:



VLASTNÍ KMITÁNÍ OSCILÁTORU 2

$$y_M = 3 \text{ cm}$$

$$T = 2 \text{ s}$$

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$t(y = y_M):$$

$$3 = 3 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \pi t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$y(t_1 = 0 \text{ s}) = 3 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \text{ cm} = -3 \text{ cm}$$

$$y(t_2 = 2 \text{ s}) = 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \text{ cm} = -3 \text{ cm}$$

Amplituda výchylky je 3 cm, perioda 2 s, počáteční fáze $-\frac{\pi}{2}$ rad. Hmotný bod poprvé dosáhne amplitudy výchylky za dobu 1 s, okamžitá výchylka v čase $t_1 = 0 \text{ s}$ je -3 cm a v čase $t_2 = 2 \text{ s}$ rovněž -3 cm.